

Муниципальный этап ВсОШ 2024-2025 уч.г.  
математика 10 класс задания  
Работа рассчитана на 240 минут

1. Корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$  – целые числа, отличные от нуля. Докажите, что число  $p^2 + (q - 1)^2$  составное.
2. Можно ли квадрат со стороной 8 полностью покрыть двумя кругами диаметра 9?
3. Внутри треугольника  $ABC$  отмечена точка  $P$ . Биссектрисы углов  $BAC$  и  $ACP$  пересекаются в точке  $M$ , а биссектриса угла  $PBA$  и прямая, содержащая биссектрису угла  $BPC$  пересекаются в точке  $N$ . Докажите, что точка пересечения прямых  $CP$  и  $AB$  лежит на прямой  $MN$ .
4. Выписаны все делители некоторого натурального числа, кроме единицы и его самого. Какие-то два числа из этого списка отличаются в шесть раз. А во сколько раз отличаются два самых больших числа из этого списка?
5. Найдите все пары  $(x; y)$  действительных чисел, удовлетворяющие условиям:  $x^3 + y^3 = 1$  и  $x^4 + y^4 = 1$ .
6. 100 включённых и 100 выключенных фонариков случайным образом разложены по двум коробкам. У каждого фонарика есть кнопка, нажатие которой выключает горящий фонарик и зажигает выключенный. Ваши глаза завязаны, и Вы не можете видеть, горит ли фонарик. Но Вы можете перекладывать фонарики из коробки в коробку и нажимать на них кнопки. Придумайте способ добиться того, чтобы горящих фонариков в коробках было поровну.